UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERIA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

EXÁMEN PARCIAL
CURSO: CONTROL AVANZADO
Ciclo: 2011-A

Profesor: M. SC., Ing. Raúl Benites S.
Fecha: 26 / 05 / 2011
Duración: 100 minutos
Nota: Sin copias ni apuntes

1. Consideremos el siguiente sistema de ecuaciones de estado:

$$x_1 = -5\,x_1 + x_2 + \cos x_1$$
$$x_2 = x_1 sen\ x_1 + sen\ x_1 u$$

Determine:

a) (4 p) Las ecuaciones de estado del sistema transformado, considerando:

$$z_1 = x_1$$
$$z_2 = x_2 + \cos x_1$$

b) (1 p) Una ley de control no lineal "u" que linealice totalmente el sistema no lineal transformado

c) (1 p) Las ecuaciones de estado transformado y linealizado totalmente en su forma matricial, en función de la nueva señal de control equivalente ν.

d) (4 p) La matriz ganancia de un Regulador por Localización de Polos, tal que los polos deseados de lazo cerrado estén localizados en $\mu_{1,2} = -0.5 \pm j0.8$

2. (10 p) Dado el sistema de ecuaciones:

$$x_1(t) = x_1^2(t)\,x_2(t)$$
$$x_2(t) = x_1(t)\cos(x_2(t)) + u(t)$$
$$y(t) = x_1(t)$$

Se desea realizar una realimentación entrada-salida para que responda como un sistema de segundo orden con $\zeta = 0.8$ y $t_s = 2\ Seg$ considerando el criterio del 2%.

EXAMEN PARCIAL DE CONTROL AVANZADA

Nombre: Morán Montoya, Enrique Manuel

20

(1)

$$\dot{x}_1 = -5x_1 + x_2 + \cos x_1$$

$$\dot{x}_2 = x_1 \operatorname{sen} x_1 + \operatorname{sen} x_1\, u$$

a) Considerando: $z_1 = x_1 \wedge z_2 = x_2 + \cos x_1$

donde: $\dot{z}_1 = \dot{x}_1$ $\quad x_2 = z_2 - \cos z_1$

$$\dot{z}_1 = -5z_1 + z_2 \cancel{- \cos z_1} \cancel{+ \cos z_1}$$

$$\dot{z}_1 = -5z_1 + z_2 \ \ldots (I)$$

Ahora:

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 + \dot{x}_1(-\operatorname{sen} x_1)$$

$$\dot{z}_2 = x_1 \operatorname{sen} x_1 + u \operatorname{sen} x_1 - \operatorname{sen} x_1 [-5x_1 + x_2 + \cos x_1]$$

$$\dot{z}_2 = z_1 \operatorname{sen} z_1 + u \operatorname{sen} z_1 - \operatorname{sen} z_1 [-5z_1 + z_2 \cancel{- \cos z_1} \cancel{+ \cos z_1}]$$

$$\dot{z}_2 = z_1 \operatorname{sen} z_1 + u \operatorname{sen} z_1 + 5 z_1 \operatorname{sen} z_1 - z_2 \operatorname{sen} z_1$$

$$\dot{z}_2 = 6z_1 \operatorname{sen} z_1 - z_2 \operatorname{sen} z_1 + \operatorname{sen} z_1 \cdot u \ \ldots (II)$$

Finalmente:

$$\dot{z}_1 = -5z_1 + z_2 \ \ldots (I)$$

$$\dot{z}_2 = \underbrace{6z_1 \operatorname{sen} z_1 - z_2 \operatorname{sen} z_1}_{f(z)} + \underbrace{\operatorname{sen} z_1}_{g(z)} u \ \ldots (II)$$

b)

$$u = [v - f(z)] \frac{1}{g(z)} \ \ldots (III)$$

Reemplazando (III) en (II)

$$\dot{z}_2 = f(z) + \cancel{g(z)} \cdot [v - f(z)] \cdot \frac{1}{\cancel{g(z)}}$$

$$\therefore \boxed{\dot{z}_2 = v}$$

c) $\dot{Z}_1 = -5Z_1 + Z_2$

$\dot{Z}_2 = V$

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} V$$

d) El polinomio característico

$$(s + 0{,}5 + 0{,}8j)(s + 0{,}5 - 0{,}8j) = 0$$

$$(s + 0{,}5)^2 - (0{,}8j)^2 = 0 \Rightarrow s^2 + s + 0{,}25 + 0{,}64 = 0$$

$$s^2 + s + 0{,}89 = 0 \quad \ldots (*)$$

Para la Matriz Ganancia por localización de Polos.

$$|sI - (A - BK)| = 0.$$

$$\left| \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [K_1 \ K_2] \right| = 0$$

$$\left| \begin{bmatrix} s+5 & -1 \\ 0 & s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K_1 & K_2 \end{bmatrix} \right| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} s+5 & -1 \\ K_1 & s+K_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(s+5)(s+K_2) + K_1 = 0 \Rightarrow s^2 + (K_2+5)s + 5K_2 + K_1 = 0 \quad \ldots (**)$$

Igualando: $(*) = (**)$

$$K_2 + 5 = 1 \Rightarrow K_2 = -4 \qquad 5K_2 + K_1 = 0{,}89$$

$$K_1 = 0{,}89 + 20$$

$$K_1 = 20{,}89$$

$$K = [20{,}89 \quad -4]$$

$$V = -KZ \Rightarrow V = -[20{,}89 \ -4] \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{V = -20{,}89 Z_1 + 4 Z_2}$$

(2)

$\dot{x}_1(t) = x_2^2(t) \cdot x_2(t)$ $\qquad y(t) = x_1(t)$

$\dot{x}_2(t) = x_1(t)\cos(x_2(t)) + u(t)$

Resol:

$\dot{y}(t) = \dot{x}_1(t) = x_2^2(t) \cdot x_2(t)$

$\ddot{y}(t) = 2x_2(t) \cdot \dot{x}_2(t) + x_2^2(t)\,\dot{x}_2(t)$

$\ddot{y}(t) = 2x_2(t)\left[x_1(t)\cos x_2(t) + u(t)\right] + x_2^2(t)\left[x_1(t)\cos x_2(t) + u(t)\right]$

$\ddot{y}(t) = 2x_2(t)x_1(t)\cos x_2(t) + \underline{2x_2(t) \cdot u(t)} + x_2^2(t) \cdot x_1(t)\cos x_2(t) + x_2^2(t)\,u(t)$

$\ddot{y}(t) = \underbrace{2x_2(t)x_1(t)\cos x_2(t) + x_2^2(t) \cdot x_1(t)\cos x_2(t)}_{f(x)} + \underbrace{\left[2x_2(t) + x_2^2(t)\right]}_{g(x)} u(t)$

$\ddot{y}(t) = f(t) + g(t) \cdot u(t)$

La ley de Control no lineal.

$u = \left[v - f(t)\right]\dfrac{1}{g(t)}$

$\ddot{y}(t) = v$ Es de 2° Orden:

$t_s = \dfrac{4}{\xi w_n} \Rightarrow w_n = 2{,}5$

$s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2 = 0$

$s^2 + 2(0{,}8)(2{,}5)s + (2{,}5)^2 = 0$

10

Para:

$e = y - y_d$ $\qquad v = \ddot{y}_d - \dot{e}K_2 - eK_1$

$\ddot{e} + \dot{e}K_2 + eK_1 = 0$

$K_2 = 4$ $\qquad K_1 = 6{,}25$