UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERIA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

EXÁMEN PARCIAL
CURSO: CONTROL AVANZADO
Semestre: 2011-B

Profesor: M. SC., Ing. Raúl Benites S.
Fecha: 14 / 09 / 2011
Duración: 100 minutos

1. Dado un proceso no lineal con las siguientes ecuaciones de estado:

CENTRO ESTUDIANTIL DE INGENIERIA PARA LA CIENCIA Y TECNOLOGIA
CEICTEC
UNAC - FIEE

$$\dot{x}_1 = -2x_1 + ax_2 + senx_1$$
$$\dot{x}_2 = -x_2 \cos x_1 + u \cos 2x_1$$

Determine:

a) Determine las ecuaciones de estado del sistema transformado, considerando: (4 Ptos.)

$$z_1 = x_1$$
$$z_2 = ax_2 + senx_1$$

b) Una ley de Control No Lineal "u" que linealice totalmente el sistema transformado (1 Ptos.)

c) Las ecuaciones de estado transformado y linealizado totalmente en su forma matricial, en función de la nueva señal lineal equivalente v. (1 Ptos.)

d) La matriz ganancia de un Regulador por Localización de Polos, tal que los polos deseados de lazo cerrado sean: (4 Ptos.)

$$\mu_{1,2} = -2 \pm j1$$

2. Dado el sistema de ecuaciones:

$$x_1(t) = x_1^2(t)\, x_2(t)$$
$$x_2(t) = x_1(t) \cos(x_2(t)) + u(t)$$
$$y(t) = x_1(t)$$

Se desea realizar una realimentación entrada-salida para que responda como un sistema de segundo orden con $\zeta = 0.8$ y $t_s = 2\ Seg$ considerando el criterio del 2%. (6 Ptos.)

3. Anote las tres (03) condiciones necesarias y suficientes para que exista una transformación del vector de estado que lleve a un sistema no lineal genérico a su forma canónica controlable. (4 Ptos.)

2

19

EXAMEN PARCIAL DE CONTROL AVANZADO

Alumno: Piminchumo Miranda Henry Omar

Codigo: 060608F

① $\dot{x}_1 = -2x_1 + ax_2 + \operatorname{sen} x_1$

$\dot{x}_2 = -x_2 \cos x_1 + u \cos 2x_1$

a)

$z_1 = x_1$

$z_2 = ax_2 + \operatorname{sen} x_1$

$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 = -2x_1 + a x_2 + \operatorname{sen} x_1 \Rightarrow \dot{z}_1 = -2z_1 + z_2$

$\dot{z}_2 = a\dot{x}_2 + \dot{x}_1 \cos x_1$

$\dot{z}_2 = a(-x_2 \cos x_1 + u \cos 2x_1) + (-2x_1 + ax_2 + \operatorname{sen} x_1)\cos x_1$

$\dot{z}_2 = -ax_2\cos x_1 + au\cos 2x_1 - 2x_1\cos x_1 + ax_2\cos x_1 + \operatorname{sen} x_1 \cos x_1$

$\dot{z}_2 = -2x_1 \cos x_1 + \operatorname{sen} x_1 \cos x_1 + au\cos 2x_1$

$\dot{z}_2 = -2z_1\cos z_1 + \operatorname{sen} z_1 \cos z_1 + (a\cos 2z)u$

Finalmente:

$$\dot{z}_1 = -2z_1 + z_2$$

$$\dot{z}_2 = \underbrace{-2z_1\cos z_1 + \operatorname{sen} z_1 \cos z_1}_{F(z)} + \underbrace{(a\cos 2z)}_{g(z)}u$$

b) $u = \frac{1}{g(z)}\left[v - F(z)\right]$

$$u = \frac{1}{a\cos 2z}\left[v + 2z_1\cos z_1 - \operatorname{sen} z_1 \cos z_1\right]$$

c) $\dot{z}_1 = -2z_1 + z_2$

$\dot{z}_2 = v$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}\dot{z}_1\\ \dot{z}_2\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}}_{A}\begin{bmatrix}z_1\\ z_2\end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}}_{B}v$$

d)

$$(s+2-j1)(s+2+j1) = (s+2)^2 - (j1)^2$$
$$= s^2+4s+4-(-1)$$
$$= s^2+4s+5 \quad \ldots (I)$$

$$|sI-(A-BK)| = 0$$

$$\left| \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [k_1 \quad k_2] \right| = 0$$

$$\left| \begin{bmatrix} s+2 & -1 \\ 0 & s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix} \right| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} s+2 & -1 \\ k_1 & s+k_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(s+2)(s+k_2) + k_1 = 0$$
$$s^2 + (2+k_2)s + (2k_2+k_1) = 0 \quad \ldots (II)$$

Igualando (I) y (II)

$$s^2+4s+5 = s^2+(2+k_2)s+(2k_2+k_1)$$

$$2+k_2 = 4 \qquad\qquad 2+k_2+k_1 = 5$$
$$\underline{k_2 = 2} \qquad\qquad 2+2+k_1 = 5$$
$$k_1 = 5-4 \Rightarrow \underline{k_1 = 1}$$

$$\therefore \underline{K = [1 \quad 2]}$$

Tambien la Ley de Regulación:

$$v = -KZ = -[1 \quad 2]\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \underline{v = -z_1 - 2z_2}$$

(3) Condiciones necesarios y suficientes para que exista una transformación del vector de estado que lleve a un sistema no lineal genérico a su forma canónica controlable.

1> Existencia de la Transferencia Inversa.

$$\text{Rango}\begin{bmatrix} \frac{\partial h(x)}{\partial x} \\ \frac{\partial h^{(1)}(x)}{\partial x} \\ \vdots \\ \frac{\partial^{(n-1)}(x)}{\partial x} \end{bmatrix} = n$$

2> Los (n-1) Primeros derivados de h(x) no depende del control.

$$\frac{\partial h}{\partial u} = \frac{\partial h^{\cdot}}{\partial u} - \cdots = \frac{\partial^{(n-1)} h}{\partial u} = 0$$

Donde: $h^{(i)} = \frac{\partial^{(i)} h(x)}{\partial x^{i}}$

3> Lo derivado n-ésimo depende explícitamente del control,

$$\frac{\partial^{(n)} h(x,u)}{\partial u} \neq 0$$

(2)

$$\dot{x}_1(t) = x^2(t)\, x_2(t)$$
$$\dot{x}_2(t) = x_1(t)\cos(x_2(t)) + u(t)$$
$$y(t) = x_1(t)$$

$$\dot{y}(t) = \dot{x}_1(t) = x_2^2(t) \cdot x_2(t)$$

$$\ddot{y}(t) = 2x_2(t) \cdot \dot{x}_2(t) + x_2^2(t)\,\dot{x}_2(t)$$

$$\ddot{y}(t) = 2x_2(t)\left[x_1(t)\cos(x_2(t)) + u(t)\right] + x_2^2(t)\left[x_1(t)\cos(x_2(t)) + u(t)\right]$$

$$\ddot{y}(t) = 2x_2(t)\,x_1(t)\cos x_2(t) + \underline{2x_2(t)u(t)} + x_2^2(t)x_1(t)\cos x_2(t) + \underline{x_2^2(t)u(t)}$$

$$\ddot{y}(t) = \underbrace{2x_2(t)\,x_1(t)\cos x_2(t) + x^2(t)\,x_1(t)\cos x_2(t)}_{F(x)} + \underbrace{\left[2x_1(t) + x_2^2(t)\right]}_{g(x)}u$$

$$\ddot{y}(t) = f(t) + g(t)u(t)$$

Ley de Control no Lineal

$$u = \frac{1}{g(t)}\left[v - f(t)\right]$$

$$\boxed{\ddot{y}(t) = v}$$

CENTRO ESTUDIANTIL DE INGENIERIA PARA LA CIENCIA Y TECNOLOGIA
CEICTEC
UNAC - FIEE

Tenemos:

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n}, \quad \xi = 0.8 \;\wedge\; t_s = 2s$$

$$\omega_n = \frac{4}{t_s\,\xi} = \frac{4}{2(0.8)} \Rightarrow \omega_n = 2.5$$

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

$$s^2 + 2(0.8)(2.5)s + (2.5)^2 = 0$$

$$s^2 + 4s + 6.25$$

Pero: $e = y - y_d$

$$v = \ddot{y}_d - \dot{e}k_2 - e k_1$$

$$\ddot{e} + \dot{e}k_2 + e k_1 = 0$$

$$\Rightarrow k_2 = 4 \;;\; k_1 = 6.25$$

$$\therefore k = [6.25 \;\; 4]$$