

EXAMEN PARCIAL DE FISICA MODERNA

A. SELECCIONE LA RESPUESTA CORRECTA, INDICANDO (V) O (F) correcta 0.5, incorrecta-0.2.

1. Sobre los inicios de la mecánica cuántica, los hechos principales con la radiación térmica de la luz y el problema del éter.....(V)

Sustentación

Hacia finales del siglo XIX, James Clerk Maxwell (1831-1879) había propuesto que la luz era una onda transversal. Como parecía difícilmente concebible que una onda se propagase en el vacío sin ningún medio material que hiciera de soporte se postuló que la luz podría estar propagándose realmente sobre una hipotética sustancia material, para la que se usó el nombre de éter (debido a algunas similitudes superficiales con la hipotética sustancia de la física aristotélica). La mecánica cuántica nació en 1900, cuando el físico alemán Max Planck consiguió explicar la radiación térmica, un fenómeno bien estudiado pero mal entendido. La radiación térmica es un tipo de luz y calor que emiten todas las cosas. Las propiedades de esta radiación dependen de la temperatura del objeto, por eso se llama radiación térmica. Se nota sobre todo cuando los objetos están muy calientes –el carbón al rojo vivo emite luz naranja-rojiza, además de calor. Hasta las personas emiten radiación térmica: es ese calorcito humano que sentimos cuando nos apiñamos.

2. Como consecuencia de la velocidad de la luz, las nociones de intervalo de tiempo y longitud de un cuerpo deben tener valor absoluto respecto del observador. ....(F)

Sustentación

El concepto de espacio y tiempo fue desarrollado por Einstein. La teoría de La Relatividad unifica el espacio con el tiempo, tomando "la velocidad de la luz como un valor absoluto", (velocidad que será idéntica con respecto a cualquiera de los observadores del Universo). La teoría del "cuarto escalón", basada en la existencia de un medio de propagación - basada en la existencia del éter - plantea nuevas formas de abordar estas dos entidades tan distintas, "el espacio y el tiempo".

**LA VELOCIDAD DE LA LUZ ES UN INVARIANTE DEL ESPACIO-TIEMPO, PERO NO UN ABSOLUTO CON RESPECTO A CUALQUIER OBSERVADOR Y SISTEMA.**

3. La mecánica cuántica es una disciplina determinista.....(F)

**Sustentación**

*El indeterminismo de la mecánica cuántica. Aunque existen diversas interpretaciones de la Mecánica cuántica la mayoría de ellas aceptan que existe uno o varios factores aleatorios intrínsecos en la teoría por los cuales no existiría determinismo como en el caso de la mecánica clásica. En especial, en la reducción o colapso de la función de onda relacionado con el problema de la medida se cree que podría ser un proceso donde interviene el azar de manera insoslayable. Recientemente han aparecido trabajos que sugieren que la mecánica cuántica podría ser determinista, sin embargo, esta posición no es la preferida actualmente en mecánica cuántica.*

4. En 1900 M. Planck formulo las ideas básicas que llevaron a su vez de la mecánica relativista.....(V)

**Sustentación**

*Es en el seno de la mecánica estadística donde nacen las ideas cuánticas en 1900. Al físico Max Planck se le ocurrió un truco matemático: que si en el proceso aritmético se sustituía la integral de esas frecuencias por una suma no continua se dejaba de obtener un infinito como resultado, con lo que eliminaba el problema y, además, el resultado obtenido concordaba con lo que después era medido. Fue Max Planck quien entonces enunció la hipótesis de que la radiación electromagnética es absorbida y emitida por la materia en forma de **cuantos** de luz o fotones de energía mediante una constante estadística, que se denominó constante de Planck. Su historia es inherente al siglo XX, ya que la primera formulación cuántica de un fenómeno fue dada a conocer el 14 de diciembre de 1900 en una sesión de la Sociedad Física de la Academia de Ciencias de Berlín por el científico alemán Max Planck. La idea de Planck habría quedado muchos años sólo como hipótesis si Albert Einstein no la hubiera retomado, proponiendo que la luz, en ciertas circunstancias, se comporta como partículas de energía independientes (los cuantos de luz o fotones). Fue Albert Einstein quien completó en 1905 las correspondientes leyes de movimiento con lo que se conoce como teoría especial de la relatividad, demostrando que el electromagnetismo era una teoría esencialmente no mecánica. Culminaba así lo que se ha dado en llamar física clásica, es decir, la física no-cuántica. Usó este punto de vista llamado por él "heurístico", para desarrollar su teoría del efecto fotoeléctrico, publicando esta hipótesis en 1905, lo que le valió el Premio Nobel de 1921. Esta hipótesis fue aplicada también para proponer una teoría sobre el calor específico, es decir, la que resuelve cuál es la cantidad de calor necesaria para aumentar en una unidad la temperatura de la unidad de masa de un cuerpo.*

SOLUCIONARIO DEL PRIMER EXAMEN PARCIAL

5. La relatividad considera que la masa en reposo es cero debido la velocidad de la luz.....(F)

**Sustentación**

Masa relativista aparente

Designando la masa relativista como  $M$ , comenzando desde  $E = Mc^2$  obtenemos inmediatamente la formula general:

$$M = \frac{E}{c^2}$$

La cual funciona para todas las partículas, incluyendo aquellas que se mueven a la velocidad de la luz. Nótese que esta fórmula general dice que un fotón u otra hipotética partícula moviéndose a la velocidad de la luz tienen una masa relativista distinta de cero mientras que su energía no sea cero. Es por ello correcto, aunque anticuado, decir que un fotón tiene masa relativista. El uso actual se conviene en decir que un fotón tiene masa o decir que tiene una masa invariante.

Para una partícula que no se mueva a la velocidad de la luz, esto es, con una masa en reposo no nula, la masa relativista aparente:

$$M = \gamma m$$

Donde:

$m$  es la masa en reposo, y

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{|v|^2}{c^2}}}$$

es el factor de Lorentz,

$v$  es la velocidad relativa entre el observador y el objeto, y

$c$  es la velocidad de la luz.

6. En el efecto fotoeléctrico, la función de trabajo representa la energía mínima por cual un electrón está ligado al metal.....(V)

**Sustentación**

Para analizar el efecto fotoeléctrico cuantitativamente utilizando el método derivado por Einstein es necesario plantear las siguientes ecuaciones:

Energía de un fotón absorbido = Energía necesaria para liberar 1 electrón + energía cinética del electrón emitido.

Algebraicamente:

$$hf = hf_0 + \frac{1}{2}mv_m^2, \text{ que puede también escribirse como } hf = \phi + E_k$$

donde  $h$  es la constante de Planck,  $f_0$  es la frecuencia de corte o frecuencia mínima de los fotones para que tenga lugar el efecto fotoeléctrico,  $\phi$  es la función trabajo, o mínima energía necesaria para llevar un electrón del nivel de Fermi al exterior del material y  $E_k$  es la máxima energía cinética de los electrones que se observa experimentalmente.

## SOLUCIONARIO DEL PRIMER EXAMEN PARCIAL

7. *El problema de la medida de la velocidad de la luz por Michelson y Morley, empezó con fracasos al cual se le llamo catástrofe ultravioleta.....(V)*

**Sustentación**

*A finales del siglo XIX la física parecía firmemente asentada. Todo el mundo sabía que había muchas cosas por descubrir, claro, pero su base, la mecánica clásica o newtoniana, era algo tan obvio e indiscutible que había que ser un matemático excéntrico para llegar a plantearse la cuestión de si las leyes básicas de la naturaleza podían ser diferentes a las conocidas. Y sin embargo, ya se habían encontrado los primeros indicios de que las cosas podían ser más complicadas. En 1900, Lord Kelvin dio una conferencia en la que dijo: "La física es un conjunto perfectamente armonioso y en lo esencial acabado, en el que sólo veo dos pequeñas nubes oscuras: el resultado negativo del experimento de Michelson y Morley, y la catástrofe ultravioleta de la ley de Rayleigh-Jeans".*

*Esas dos nubecillas resultaron ser unos huracanes que en tan sólo cinco años pusieron las bases de la física patas arriba: tirando del hilo de la catástrofe ultravioleta surgió la mecánica cuántica, y la relatividad se descubrió analizando el resultado aparentemente absurdo del experimento de Michelson y Morley. ¿De dónde surgieron todas estas complicaciones, que ni eran esperadas ni fueron bien recibidas? Para entender el origen de la relatividad hay que hablar antes del éter ... y lo primero que se puede decir del éter es que no existe, al menos en el sentido que se pensaba a finales del siglo XIX. Pero no nos adelantemos a los acontecimientos.*

8. *Un contraejemplo para poner a prueba la mecánica cuántica fue el caso del gato de Schrodinger.....(V)*

**Sustentación**

*El **experimento del gato de Schrodinger** o paradoja de Schrodinger es un experimento imaginario concebido en 1935 por el físico Erwin Schrodinger para exponer uno de los aspectos más extraños, a priori, de la mecánica cuántica.*

9. *El efecto fotoeléctrico explicado por Max Planck es la más adecuada.....(F)*

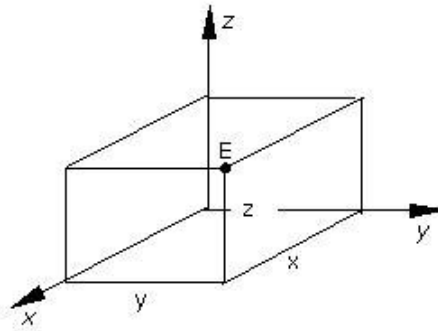
**Sustentación**

*El efecto fotoeléctrico fue descubierto y descrito por Heinrich Hertz en 1887, al observar que el arco que salta entre dos electrodos conectados a alta tensión alcanza distancias mayores cuando se ilumina con luz ultravioleta que cuando se deja en la oscuridad. La explicación teórica fue hecha por Albert Einstein, quien publicó en 1905 el revolucionario artículo "Heurística de la generación y conversión de la luz", basando su formulación de la fotoelectricidad en una extensión del trabajo sobre los cuantos de Max Planck. Más tarde Robert Andrews Millikan pasó diez años experimentando para demostrar que la teoría de Einstein no era correcta, para finalmente concluir que sí lo era. Eso permitió que Einstein y Millikan fueran condecorados con premios Nobel en 1921 y 1923, respectivamente.*

**B. RESOLVER LOS SIGUIENTE EJERCICIOS**

1. El volumen de un cubo es de  $1000\text{cm}^3$ . Hallar el volumen medido por un observador  $O$  que se mueve con velocidad de  $0.8c$  respecto al cubo y en la dirección paralela a una de sus aristas.

**Solución**



Si el cubo se mueve en la dirección  $x$  positivo; entonces, cuando se le mira desde un sistema de coordenadas que se desplaza con una velocidad relativista, la longitud en el eje  $x$  sufre una contracción dada por

$$L = L_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = L_0 \sqrt{1 - \left(\frac{0.8c}{c}\right)^2} = L_0 \frac{3}{5}$$

Pero  $L_0 = 10\text{cm}$

$$L = 10 * \frac{3}{5} = 6\text{cm}$$

Luego el volumen que parece tener el cubo desde el marco de observación es:

$$V' = L^3 = 6^3 = 216\text{cm}^3$$

2. Si la velocidad de una partícula es  $0.8c$  determine que sucede con la longitud, debido a la alta velocidad.

**Solución**

El resultado del problema anterior nos indica que el cubo es observado con una reducción del 40% entonces su longitud se ve afectada también en un 40%.

$$\frac{L}{L_0} = \frac{3}{5}$$

## SOLUCIONARIO DEL PRIMER EXAMEN PARCIAL

3. Hallar la función trabajo para el potasio, si la máxima longitud de ondas para lograr la emisión de electrones en un experimento fotoeléctrico es de 5620 Angstrom.

**Solución**

$$\begin{aligned}E_k &= E - \phi \\E &= hf \\h &= 6,36 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \\e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi &= hf - e\Delta V \\ \phi &= h \frac{c}{\lambda} - e\Delta V\end{aligned}$$

*Reemplazando*

$$\begin{aligned}\phi &= 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \left( \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5620 \text{ \AA}} \right) - (-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \Delta V \\ \phi &= (3,54 \cdot 10^{-19} + (1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \Delta V))\end{aligned}$$

*Pero como la energía cinética de los fotoelectrones varía entre 0 y un valor máximo entonces:*

$$\phi = (3,54 \cdot 10^{-19}) \text{ J}$$

*Supongamos que la diferencia de potencial sea de 0,8V*

*\*El potencial de detención es negativo al estar aplicado en inversa*

$$\begin{aligned}\phi &= (3,54 \cdot 10^{-19} + (1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (-0,8))) \\ \phi &= (2,26 \cdot 10^{-19}) \text{ J}\end{aligned}$$

4. Si una partícula salta de un nivel a otro lo hace emitiendo o absorbiendo energía, determine la energía en eV para cuando un electrón pasa del nivel  $n=1$  al nivel  $n=2$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

Reemplazando

$$\frac{1}{\lambda} = 1,096776 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \left( 1 - \frac{1}{4} \right)$$

$$\lambda = 1,21 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Ahora calculamos la energía en eV

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{E_i - E_f} = \frac{hc}{E}$$

$$hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$$

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

Reemplazando

$$E = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{1,21 \cdot 10^{-7} \text{ m}}$$

$$E = 1,024 \cdot 10^{-5} \text{ eV}$$

**C. RESOLVER EL PROBLEMA. Justifique todos los pasos**

1. Considerando la velocidad de la luz para una partícula que se mueve de un punto inicial a otro final.
  - a) Determine la energía relativista total
  - b) La Energía en reposo
  - c) La energía clásica para velocidades mucho menores que la velocidad de la luz
  - d) Dar una explicación de la masa equivalente en energía.

**Solución:**

**Energía Relativista**

En mecánica clásica, el trabajo realizado por un fuerza no equilibrada que actúa sobre una partícula es igual a la variación de la energía cinética de la misma. En la mecánica relativista, igualaremos la fuerza no equilibrada a la variación temporal de la cantidad de movimiento relativista. El trabajo realizado por un fuerza de este tipo puede calcularse entonces e igualarse a la variación de la energía cinética. Como en mecánica clásica, definiremos la energía cinética como el trabajo realizado por una fuerza no equilibrada para acelerar una partícula desde el reposo hasta una cierta velocidad. Considerando solo una dimensión, se tiene:

$$E_c = \int_0^u \sum F ds = \int_0^u \frac{dp}{dt} ds = \int_0^u u dp = \int_0^u u d \left( \frac{m_0 u}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) \dots \dots \dots (1)$$

En donde hemos utilizado  $u = \frac{ds}{dt}$ . Entonces:

$$d \left( \frac{m_0 u}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) = m_0 \left( 1 - \frac{u^2}{c^2} \right)^{-3/2} du$$

Si sustituimos esta expresión en el integrado de la ecuación (1) se tiene

$$E_c = \int_0^u u d \left( \frac{m_0 u}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) = \int_0^u m_0 \left( 1 - \frac{u^2}{c^2} \right)^{-3/2} u du = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

O bien

$$E_c = \left( \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - m_0 c^2 \right) \dots \dots \dots (2) \dots \dots \dots \text{Energía cinética relativista}$$

**Solución (b)**

La expresión de la energía cinética consta de dos términos. El primero depende de la velocidad de la partícula. El segundo,  $m_0 c^2$ , es independiente de la velocidad. La magnitud  $m_0 c^2$  se denomina energía en reposo de la partícula  $E_0$ , y es igual al producto de la masa en reposo por  $c^2$ .

**$E_0 = m_0 c^2$  ... .. Energía en Reposo**

**Solución (a)**

La energía relativista total  $E$  se define entonces como la suma de la energía cinética mas la energía en reposo

$$E = E_c + m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$



**Solución (c)**

La expresión para la energía cinética dada por la ecuación (2) no se parece apenas a la expresión clásica  $\frac{1}{2}m_0u^2$ . Sin embargo, cuando  $u$  es mucho menor que  $c$ , podemos obtener un valor aproximado de  $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$  utilizando el desarrollo

del binomio:  $(1+x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots \cong 1 + nx$

Por tanto,

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2} \cong 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{u^2}{c^2}$$

A partir de este resultado, cuando  $u$  es mucho menor que  $c$ , la expresión para la energía cinética relativista se transforma en

$$E_c = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) = m_0c^2 \left( 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{u^2}{c^2} - 1 \right) = \frac{1}{2} \cdot u^2 m_0$$

**Solución (d)**

La **equivalencia entre la masa y la energía** dada por la expresión de la teoría de la relatividad de Einstein. La fórmula fue consignada por primera vez por Olinto de Pretto en diversas publicaciones, como la revista científica *Atte* y el Real Instituto de Ciencias de Venecia.

$$E = mc^2$$

indica que la masa conlleva una cierta cantidad de energía aunque se encuentre en reposo, concepto ausente en mecánica clásica, esto es, que la energía en reposo de un cuerpo es el producto de su masa por su factor de conversión (velocidad de la luz al cuadrado), o que cierta cantidad de energía de un objeto en reposo por unidad de su propia masa es equivalente a la velocidad de la luz al cuadrado:

$$E/m = c^2$$

$$E/m = c^2 = (299.792.458 \text{ m/s})^2 = 89.875.517.873.681.764 \text{ J/kg}$$

En la última fórmula la masa adquiere valor unitario como predeterminado de toda fracción, pudiendo adquirir, tanto la energía como la masa, diversos valores a única condición de que el resultado fuera la velocidad de la luz al cuadrado para que la equivalencia fuera correcta, esto dota la fórmula de cierta libertad de aplicación ya que es independiente de cualquier sistema de unidades, no obstante, actualmente se le aplica el sistema SI (en la fórmula anterior donde la velocidad de la luz se expresa en m/s, la energía en J y la masa en kg), aunque Einstein utilizara el CGS. En un Sistema de Unidades Naturales,  $c$  adquiere el valor 1 y la fórmula sería:

$$E = mc^2 \quad ; \quad E = m \cdot 1^2;$$

$$E = m$$

Donde se establece una igualdad entre Energía y Masa sin factor de conversión aparente. En teoría, el factor de conversión debe seguir aplicándose aunque su repercusión en el resultado sea 0.

La ecuación de extender la ley de conservación de la energía a fenómenos como la desintegración radiactiva. La fórmula establece la relación de proporcionalidad directa entre la energía  $E$  (según la definición hamiltoniana) y la masa  $m$ , siendo la velocidad de la luz  $c$  elevada al cuadrado la constante de dicha proporcionalidad.

También indica la relación cuantitativa entre masa y energía en cualquier proceso en que una se transforma en la otra, como en una explosión nuclear. Entonces,  $E$  puede tomarse como la energía liberada cuando una cierta cantidad de masa  $m$  es desintegrada, o como la energía absorbida para crear esa misma cantidad de masa. En ambos casos, la energía (liberada o absorbida) es igual a la masa (destruida o creada) multiplicada por el cuadrado de la velocidad de la luz.  $\text{Energía en reposo} = \text{Masa} \times (\text{Constante de la luz})^2$

2. Demuestre que la velocidad de la luz afecta en la medida del tiempo para un evento en altas velocidades, use el experimento ideal de Einstein.

La composición de velocidades es el cambio en la velocidad de un cuerpo al ser medida en diferentes sistemas de referencia inerciales. En la física pre-relativista se calculaba mediante

$$v' = v + u,$$

donde  $v'$  es la velocidad del cuerpo con respecto al sistema  $S'$ ,  $u$  la velocidad con la que este sistema se aleja del sistema "en reposo"  $S$ , y  $v$  es la velocidad del cuerpo medida en  $S$ .

Sin embargo, debido a las modificaciones del espacio y el tiempo, esta relación no es válida en Relatividad Especial. Mediante las transformadas de Lorentz puede obtenerse la fórmula correcta:

$$v' = \frac{v + u}{1 + \frac{u \cdot v}{c^2}}$$

Al observar con cuidado esta fórmula se nota que si tomamos para el cuerpo una velocidad en el sistema  $S$  igual a la de la luz (el caso de un fotón, por ejemplo), su velocidad en  $S'$  sigue siendo  $v'=c$ , como se espera debido al segundo postulado. Además, si las velocidades son muy pequeñas en comparación con la luz, se obtiene que esta fórmula se aproxima a la anterior dada por Galileo.

### DEMOSTRACION

Si se emite un pulso de luz en  $t=t'=0$ , cuando  $O$  y  $O'$  coinciden. Para el observador en  $O$ , al cabo de un tiempo  $t$ ,  $r=ct$  (siendo  $x^2+y^2+z^2=c^2t^2$ ) y para el observador en  $O'$ , al cabo de  $t'$ ,  $r'=ct'$  (siendo  $x'^2+y'^2+z'^2=c^2t'^2$ ). Si la velocidad de  $O'$  es  $u=ui$ , se cumplirá que  $y=y'$ ,  $z=z'$ , pudiendo suponer que  $x=k(x'+ut')$  y  $x'=k(x-ut)$

$$\begin{aligned} ct &= k(ct' + ut') = kt'(c + u) \rightarrow t' = \frac{ct}{k(c + u)} \\ ct' &= k(ct - ut) = kt(c - u) \rightarrow t' = \frac{kct(c - u)}{c} \\ \frac{ct}{k(c + u)} &= \frac{kct(c - u)}{c} \rightarrow k^2 = \frac{c^2}{c^2 - u^2} = \frac{1}{1 - \frac{u^2}{c^2}} \\ k &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \Rightarrow t' = \frac{c - u}{c \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} t \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta el valor de  $k$  en  $x=k(x'+ut')$  se obtiene

$$x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad x' = k(x - ut) \rightarrow x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{-c^2 + u^2}{c^2}\right)} x' + ut = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \rightarrow t = \frac{t' + \frac{u}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Con lo que se obtiene el grupo de transformaciones de Lorentz:

$$x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad y = y' \quad z = z' \quad t = \frac{t' + \frac{u}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Las ecuaciones de la velocidad serán:

$$\begin{aligned} x &= k(x' + ut') \rightarrow dx = k(dx' + ut'dt') \\ t &= k\left(t' + \frac{ux'}{c^2}\right) \rightarrow dt = k\left(dt' + \frac{u}{c^2}dx'\right) \\ v &= \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + ut'dt'}{dt' + \frac{u}{c^2}dx'} \rightarrow v = \frac{v' + u}{1 + \frac{u}{c^2}v'} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v' \ll c &\rightarrow v = v' + u \quad (\text{transformación de Galileo}) \\ v' = c &\rightarrow v = \frac{c + u}{1 + \frac{u}{c}} = \frac{c + u}{\frac{c + u}{c}} = c \end{aligned}$$

Cuando: es decir,  
cualquier objeto que se mueve con velocidad  $c$  respecto a  $S'$ , también tiene velocidad  $c$  con respecto a  $S$ , a pesar del movimiento relativo de los sistemas, con lo cual: La velocidad de la luz es la misma en todos los sistemas de referencia.  
Consecuencias de la transformación de Lorentz.

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

El factor  $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$  que aparece en las ecuaciones de la transformación de Lorentz sugiere que las longitudes y los tiempos que dos observadores midan pueden no ser iguales. En realidad puede ocurrir que un observador que vea un objeto en movimiento, obtenga una longitud inferior a la que mediría un observador en reposo (contracción de longitud) y que el tiempo medido entre dos eventos sea inferior para un observador en reposo que para uno que observe los eventos desde un sistema respecto del cual el punto donde ocurren los eventos está en movimiento (dilatación del tiempo).