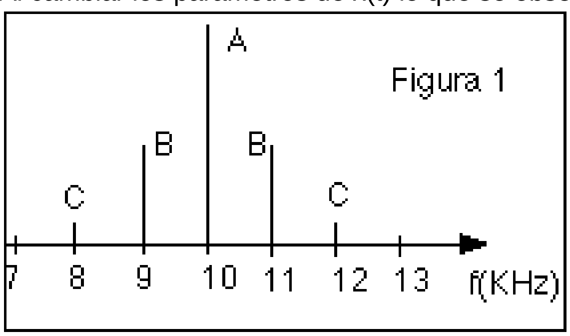
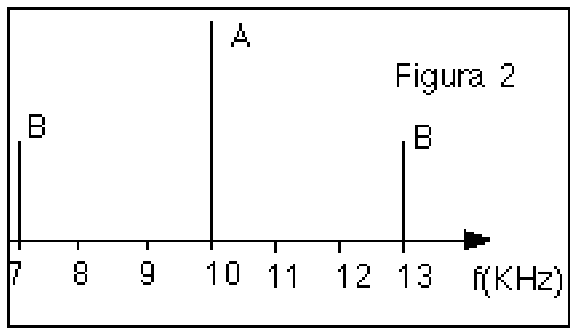
EC2412.

PROBLEMAS FM Y RECEPTOR SUPERHETERODINO

Problema 1

Una señal x(t)=0.01 Cosω_mt es modulada en FM con f_Δ=75KHz/v. La magnitud del espectro unilateral observado entre 7 KHz y 13 KHz es la mostrada en la Figura 1
Al cambiar los parámetros de x(t) lo que se observa es lo mostrado en la Figura 2





Determine el nuevo valor de la máxima desviación de la frecuencia instantánea alrededor de fc.

Respuesta:

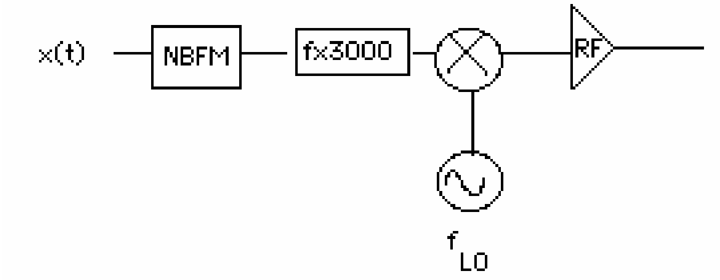
La desviación de frecuencia instantánea de una onda de FM es igual a $f_\Delta x(t)$, para el caso A $\left|f_\Delta x(t)\right|_{max} = 0{,}75\text{kHz}$. Observe que f_m es 1 KHz (distancia entre líneas)

$\beta = \dfrac{A_{m1} f_\Delta}{f_{m1}} = 0{,}75$, (Del Gráfico se observa que β no cambia), obtenemos:

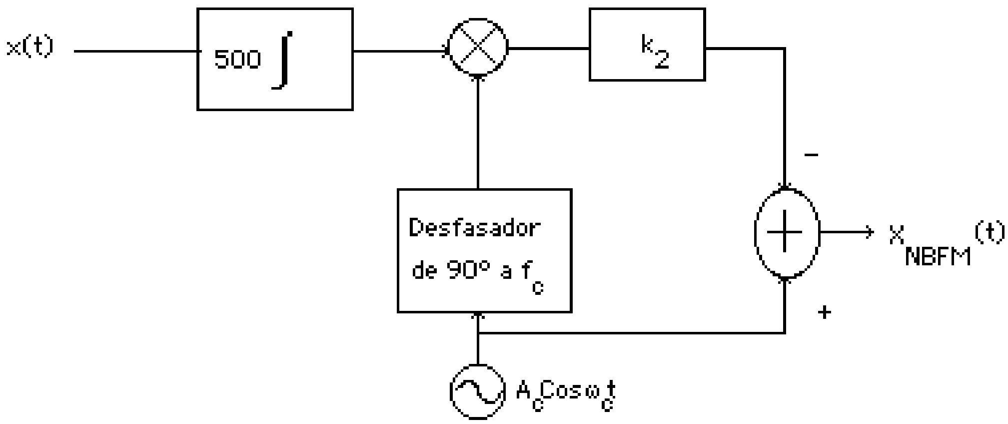
$$f_\Delta = 0{,}75\frac{f_{m1}}{A_{m1}}, \; A_{m2} f_\Delta = 0{,}75.f_{m2} \rightarrow f_{m2} = 3kHz \Rightarrow \left|f_\Delta x_2(t)\right|_{max} = 2{,}25kHz$$

Problema 2

Considere el siguiente esquema de modulación indirecta



donde el modulador FM banda estrecha es el siguiente:



Si el ancho de banda de transmisión es de 100 KHz , y se requiere una transmisión de alta calidad, calcule:

a) Para x(t)= Cos 2π x 10^3t , la sensitividad del modulador FM y k_2

b) Para x(t)= Cos 2 π x 20t , Puede usarse el modulador anterior?

SOLUCIÓN

Del esquema de modulación NBFM tenemos que el índice de modulación es

$$\beta = \frac{f_\Delta A_m}{f_m} = \frac{k_1 k_2 A_m}{2\pi f_m} = \frac{500 k_2}{2\pi}\frac{A_m}{f_m}$$

A la salida se tiene un $\beta' = 3000\beta$ ya que el f_Δ se multiplica por 3000

Se sabe que para una transmisión de alta calidad $\mathrm{BW} = 2(\beta + 2) f_m$ (despreciando las líneas que tienen una amplitud por debajo del 1% de A_c) entonces:

Caso a) $\mathrm{BW} = 2(\beta' + 2) f_m = 100\mathrm{KHz}$

$$\Rightarrow \beta' = 48 \Rightarrow \beta = 0.016$$

$$0.016 = \frac{f_\Delta A_m}{f_m} \quad \Rightarrow \boxed{f_\Delta = 16}$$

$$16 = \frac{500 k_2}{2\pi} \quad \Rightarrow \boxed{k_2 = 0.2011}$$

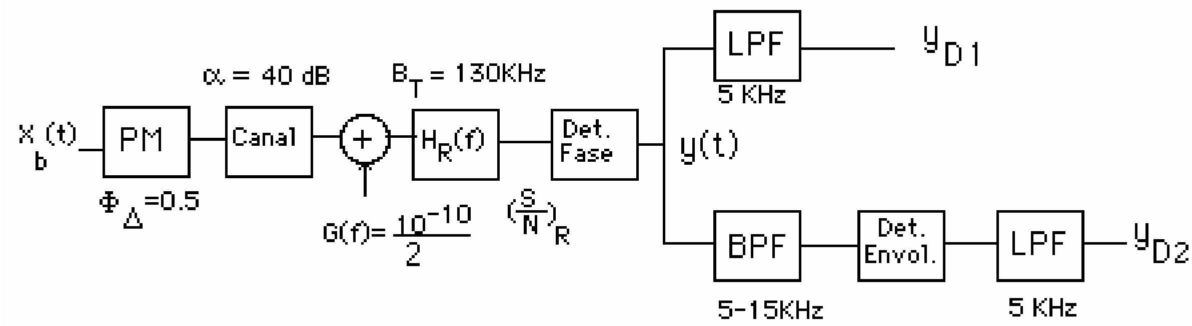
Caso b) $BW = 2(\beta' + 2) f_m = 100\text{KHz}$

$$\Rightarrow \beta' = 2498 \Rightarrow \beta = 0.8326$$

β ya resulta cercano a la unidad y $\frac{2\pi f_\Delta}{2\pi f_m}\left|A_m Sen\omega_m t\right|_{max} = \beta$ no es << 1(No es NBFM). Por lo tanto no se puede utilizar el modulador mostrado.

Problema 3

Observe el siguiente sistema:



$X_b(t) = X_1(t) + 2[\, 1 + 0.5\, X_2(t)]\text{Cos}2\pi 10^4 t$

Tanto $X_1(t)$ y $X_2(t)$ tienen un ancho de banda de 3KHz, una potencia promedio igual a 0.5 y una amplitud máxima (en módulo) unitaria. Determine:

a) La potencia mínima para que el detector de fase trabaje sobre el umbral (Verificar si con esto trabaja el detector de envolvente).

b) La potencia de transmisión que permite lograr $(S/N)_{D2}$ = 40 dB .

SOLUCIÓN

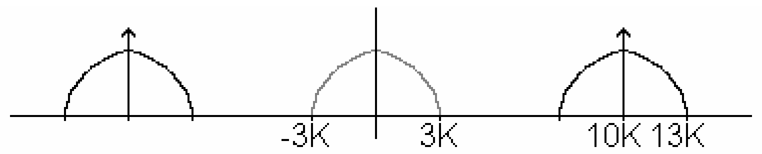
En primer lugar hay que chequear que el BW del filtro $H_R(f)$ sea mayor o igual que el ancho de banda de la señal PM

$$B_T = 2\left[\left|x_b(t)\right|_{max}\Phi_\Delta + 1\right]W_T$$

$$\left|x_b(t)\right|_{max} = \left|x_1(t)\right|_{max} + 2\left[1 + \frac{1}{2}\left|x_2(t)\right|_{max}\right] = 4$$

$$B_T = 2\left[4 \cdot \frac{1}{2} + 1\right]W_T$$

La señal $x_b(t)$ tiene un espectro



$$\Rightarrow W_T = 13\text{KHz}$$

$$B_T = 2 \times 3 \times 13\text{K} = 78000 < 130000$$

$\therefore$ si pasa la señal PM

Para que el detector de fase funcione

$$\left(\frac{S}{N}\right)_R \geq 10$$

$$x_c(t) = A_c \cos\left(\omega_c t + \Phi_\Delta x_b(t)\right)$$

$$A_R = \frac{A_C}{\alpha} \text{ con}$$

$$\alpha = \sqrt{10^4} = 10^2$$

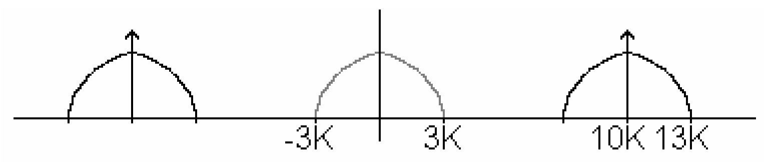
$$\frac{S_R}{\eta B_R} \geq 10 \qquad\qquad \frac{S_T}{\alpha^2 \eta B_R} \geq 10 \quad \Rightarrow$$

$$S_{T_{min}} = 10\alpha^2 \eta B_R = 10 \times 10^4 \times 10^{-10} \times 130 \times 10^3 \qquad \text{a)} \boxed{S_{T_{min}} = 1.3 \text{watts}}$$

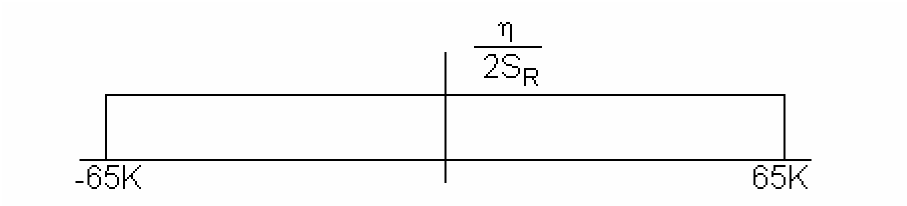
Veamos ahora si funciona el detector de envolvente

$y(t) = \left[\Phi_\Delta x_b(t) + n_{PM}(t)\right]$

Espectro de $\Phi_\Delta x_b(t)$

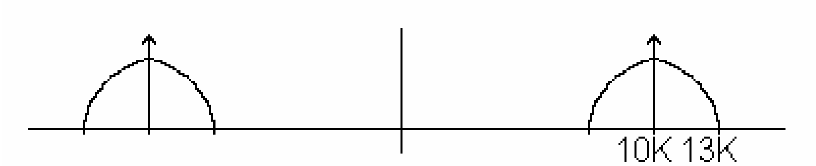


Densidad Espectral de Potencia de $n_{PM}(t)$

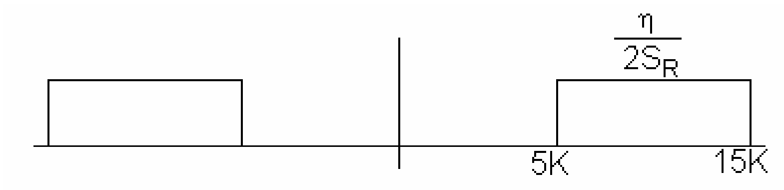


Luego del filtro pasa banda:

Espectro de $\Phi_\Delta 2\left(1 + 0.5 x_2(t)\right) \cos 2\pi 10^4 t$



Densidad del ruido



Potencia de ruido = $\frac{\eta}{2S_R}\times 2\times 10\text{K} = \frac{\eta\times 10000}{\frac{S_T}{\alpha^2}}$

Potencia de señal = $\Phi_\Delta^2 4\left(1+\frac{\overline{x_2^2}}{4}\right)\frac{1}{2}=\frac{1}{4}2\left(1+\frac{1}{8}\right)=\frac{9}{16}$

La relación señal a ruido a la entrada del detector de envolvente es

$$\frac{\frac{9}{16}}{\frac{10^{-10}\times 10^4}{\frac{1.3}{10^4}}}=\frac{\frac{9}{16}}{\frac{10^{-2}}{1.3}}=73.13\geq 10\Rightarrow \text{¡El detector de envolvente funciona!}$$

Resolviendo ahora la parte b):

Queremos $\left(\frac{S}{N}\right)_{D_2}=40\text{dB}$, ¿Cuánto debe valer S_T?

A la entrada del detector de envolvente tenemos

$$y_1(t)=2\Phi_\Delta\left(1+\frac{x_2(t)}{2}\right)\cos 2\pi\times 10^4 t+n_{1i}(t)\cos 2\pi\times 10^4 t-n_{1q}(t)\operatorname{sen} 2\pi\times 10^4 t$$

$$R(t)=\sqrt{\left(2\Phi_\Delta\left(1+\frac{x_2(t)}{2}\right)+n_{1i}(t)\right)^2+n_{1q}^2(t)}$$

Como $\frac{S}{N}=73.3$ (bastante grande)

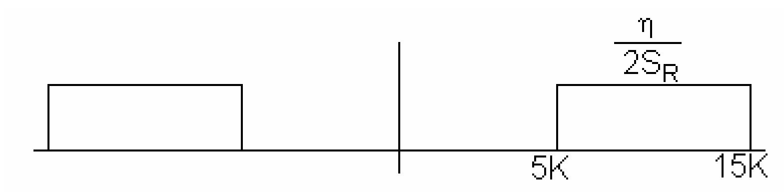
$$\Rightarrow R(t)\approx 2\Phi_\Delta\left(1+\frac{x_2(t)}{2}\right)+n_{1i}(t)$$

si se bloqueara la DC

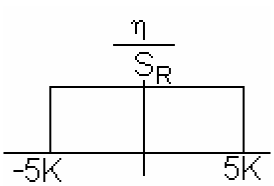
$R(t) \approx \Phi_\Delta x_2(t) + n_{1i}(t)$

$$S_{D_2} = \Phi_\Delta^2 \overline{x_2^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

El ruido pasabanda era



$\therefore$ La densidad de la componente en fase filtrada con al LPF queda



$$\Rightarrow N_{D_2} = \frac{\eta 10^4}{S_R} \quad \Rightarrow \frac{S_{D_2}}{N_{D_2}} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{\eta 10^4}{S_R}} \geq 10^4 \quad \Rightarrow \frac{S_T}{\alpha} = S_R \geq \eta \times 10^8 \times 16$$

$$\Rightarrow S_T \geq \eta \times 10^8 \times 16 \times \alpha \quad \Rightarrow \text{ b) } \boxed{S_T \geq 1600\text{w}}$$

Problema 4

Un sistema de comunicaciones consta de transmisor, canal y receptor. Por el mismo se envía un mensaje x(t) , con potencia promedio igual a 0.5 y con ancho de banda 10 KHz, modulado. El canal atenúa la amplitud en 10^{-5}, y el ruido aditivo tiene densidad espectral igual a 0.5 x 10^{-14}. Si se desea una relación señal a ruido detectada igual a 40 dB, ¿Cúal debe ser el mínimo valor de la potencia de transmisión en cada uno de los siguientes casos:

AM con m=1, SSB, PM con una sensitividad de π rad/v, FM con una sensitividad de 100 KHz/v.

SOLUCIÓN

Caso a) Señal AM con índice de modulación *m*=1

Luego del filtro $H_R(f)$ en el receptor la señal es

$$x_R(t) = \frac{A_c}{10^5}\left(1 + x(t)\right)\cos\omega_c t$$

Luego del detector de envolvente y de eliminar la DC, la señal es

$$x_{DET}(t) = \frac{A_c}{10^5}x(t) \quad \Rightarrow \; S_D = \frac{A_c^2\,\overline{x^2}}{10^{10}}$$

Debemos calcular N_D. Si se tiene a la entrada del detector de envolvente:

$$v(t) = \frac{A_c}{10^5}\left(1 + x(t)\right)\cos\omega_c t + \left(n_i(t)\cos\omega_c t - n_q(t)\,\mathrm{sen}\,\omega_c t\right)$$

A la salida del detector tendremos:

$$R(t) = \sqrt{\left(\frac{A_c}{10^5}\left(1 + x(t)\right) + n_i(t)\right)^2 + n_q^2(t)}$$

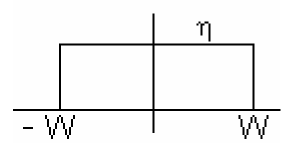
Considerando que el ruido es pequeño, podemos despreciar $n_i(t)$ y $n_q(t)$ respecto al mensaje, entonces tenemos:

$$R(t) \approx \sqrt{\frac{A_c^2\left(1+x(t)\right)^2}{\left(10^5\right)^2} + 2\frac{n_i(t)A_c\left(1+x(t)\right)}{10^5}}$$

$$\approx \frac{A_c\left(1+x(t)\right)}{10^5}\sqrt{1+\frac{2n_i(t)}{\frac{A_c\left(1+x(t)\right)}{10^5}}} \quad .$$

$$\approx \frac{A_c\left(1+x(t)\right)}{10^5} + n_i(t) \quad \text{(lo mismo que con detector síncrono)} \qquad .$$

La densidad de $n_i(t)$ luego del LPF



Por lo tanto $\qquad N_D = \eta 2W = 2\times10^{-14}\times10^4 = 2\times10^{-10}$

$$\therefore \text{ En AM con m=1 } \left(\frac{S}{N}\right)_D = \frac{\frac{A_c^2\overline{x^2}}{10^{10}}}{2\times10^{-10}} \geq 10^4 \quad \Rightarrow A_c^2 \geq \frac{2\times10^4}{\overline{x^2}}$$

Como la potencia promedio del mensaje es igual a 0.5w entonces:

$$A_{c\,min}^2 = \frac{2\times10^4}{0.5} = 4\times10^4 \quad \Rightarrow \quad \boxed{S_{T\,min} = \frac{A_c^2}{2}(1+\langle x^2\rangle) = \frac{3\times A_c^2}{4} = 3\times10^4 = 30KW}$$

Caso b) Señal SSB(Detector síncrono)

Se detecta $\frac{A_c}{10^5 2}x(t) \quad \Rightarrow \quad S_D = \frac{A_c^2 \overline{x^2}}{\alpha^2 4}$

En este caso la potencia del ruido es la mitad que en AM y DSB:

$$N_D = \overline{n_i^2} = \eta W = 10^{-14} \times 10^4 = 10^{-10}$$

$$\therefore \text{ En SSB } \left(\frac{S}{N}\right)_D = \frac{\frac{A_c^2 \overline{x^2}}{10^{10} \times 4}}{10^{-10}} \geq 10^4 \Rightarrow A_c^2 \geq \frac{4 \times 10^4}{\overline{x^2}}$$

$$A_{c\,min}^2 = \frac{4 \times 10^4}{0.5} = 8 \times 10^4 \quad \Rightarrow \quad \boxed{S_{T\,min} = \frac{A_c^2}{4}\left\langle x^2 \right\rangle = \frac{8 \times 10^4}{4} 0.5 = 1 \times 10^4 = 10Kw}$$

Caso c) Señal PM con $\Phi_\Delta = \pi$

La relación señal a ruido detectada es

$$\left(\frac{S}{N}\right)_D = \Phi_\Delta^2 \overline{x^2} \gamma = \Phi_\Delta^2 \overline{x^2} \frac{S_R}{\eta W} \geq 10^4 \quad \Rightarrow \quad S_R \geq \frac{10^4 \times \eta \times W}{\overline{x^2} \Phi_\Delta^2}$$

$$\Rightarrow \quad S_{R\,min} = \frac{10^4 \times 10^{-14} \times 10^4}{0.5 \times (\pi)^2} = \frac{2}{\pi^2} \times 10^{-6}$$

Como $\frac{S_{T\,min}}{\alpha^2} = S_{R\,min} \quad \Rightarrow \quad \boxed{S_{T\,min} = 10^{10} \times \frac{2}{\pi^2} \times 10^{-6} = \frac{2}{\pi^2} \times 10^4 = 2{,}02Kw}$

Caso d) Señal FM con $f_\Delta = 100\text{KHz}$

La relación señal a ruido detectada es

$$\left(\frac{S}{N}\right)_D = 3\Delta^2\overline{x^2}\gamma = 3\left(\frac{100\text{K}}{10\text{K}}\right)^2 0.5\frac{S_R}{\eta W} \geq 10^4 \quad \Rightarrow \quad 3\times 100\times 0.5\times\frac{S_T}{\alpha^2\eta W} \geq 10^4$$

$$S_T \geq \frac{10^4\times\alpha^2\eta W}{150} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{S_{T\,min} = \frac{10^4\times 10^{10}\times 10^{-14}\times 10^4}{150} = \frac{10^4}{150} = 66{,}66w}$$

Se observa que FM es el sistema que requiere la menor potencia de transmisión para lograr una misma relación señal a rruido a la salida.

Problema 5

Se transmite un tono utilizando FM. Cuando no hay mensaje, el transmisor emite 100 W sobre 50 ohmios. La desviación de frecuencia pico del transmisor se aumenta desde cero y hasta que la línea espectral ubicada en f_c se anula. Determine la potencia de la línea ubicada en f_c, la potencia en las bandas restantes y la potencia en las bandas ubicadas en $f_c \pm 2\ f_m$.

SOLUCIÓN

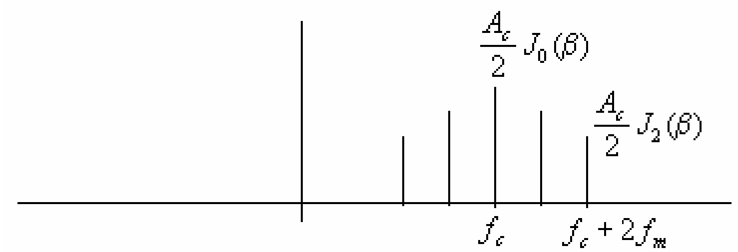
$$\frac{A_c^2}{2\times 50} = 100 \quad \Rightarrow \qquad A_c = 10^2$$

$\beta = 2.4$ Para el primer nulo de la portadora

Por lo tanto $J_0(2.4) = 0$ y esa línea espectral (la que está en f_c) tiene potencia nula

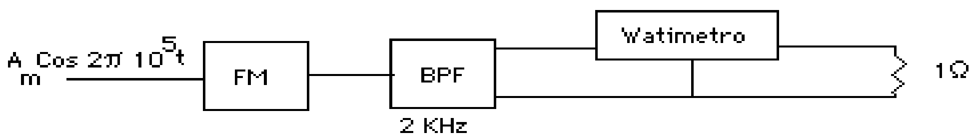
La potencia en las bandas restantes debe ser $\dfrac{A_c^2}{2\times R} = 100\text{w}$

La potencia en las líneas en $f_c \pm 2 f_m$ será



$$\frac{4}{50}\left\{\left(\frac{A_c}{2}\right)^2 J_2^2(2.4)\right\} \cong \frac{4}{50} \times \frac{10^4}{4} \times (0.4)^2 = 32\text{w}$$

Problema 6



En el esquema mostrado en la figura en el cual el filtro pasabanda está centrado a la frecuencia de portadora, se hacen las siguientes pruebas:

-Con A_m=0, el watímetro indica 200 watts.

-Al aumentar desde A_m=0 y llegar a A_m = 20 el watímetro indica cero por primera vez.

Determine : la amplitud de la portadora sin modular, la sensitividad del modulador y el ancho de banda de la señal FM con A_m= 40.

SOLUCIÓN

a) Si $A_m = 0 \quad \Rightarrow \quad \beta = 0$

$$x_c(t) = A_c \cos 2\pi f_c t$$

$$\frac{A_c^2}{2} = 200 \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_c = 20}$$

b) Si el watímetro indica cero, como el BPF solo deja pasar la línea de portadora

$$\Rightarrow J_0(\beta) = J_0(2.4) = 0$$

$$\beta = 2.4 = \frac{\mathrm{A_m f_\Delta}}{\mathrm{f_m}} = \frac{20\times \mathrm{f_\Delta}}{10^5}$$

$$\Rightarrow \boxed{f_\Delta = \frac{40\times 12700}{10^5} = 12700\ \mathrm{Hz}/\mathrm{v}}$$

c) Si $A_m = 40$

$$\beta = \frac{40\times f_\Delta}{10^5} = \frac{40\times 12700}{10^5} = 5.08$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathrm{BW} = 2(\beta+1)f_m = 1.216\ \mathrm{MHz}}$$

Problema 7

En un modulador FM, el mensaje es x(t)= 5 Cos2π10^{4}t. Si β=60, determine: La potencia de transmisión (fm<<fc), la máxima desviación de frecuencia, el ancho de banda de la señal FM. Determine de nuevo esos tres parámetros si la frecuencia y amplitud del mensaje se duplican.

SOLUCIÓN

$$x(t) = 5\cos 2\pi 10^4 t \quad \text{si } \beta = 60 = \frac{A_m f_\Delta}{f_m}$$

$$\frac{60\times f_m}{A_m} = f_\Delta = \frac{60\times 10^4}{5} = 12\times 10^4$$

Entonces

a) Potencia de transmisión $\dfrac{A_c^2}{2}$

b) Máxima desviación de frecuencia $A_m f_\Delta = 60\times 10^4$ Hz

c) Ancho de banda $\mathrm{BW} = 2(\beta+1)f_m = 2\times 61\times 10^4 = 122\times 10^4$ Hz

Si la frecuencia y amplitud del mensaje se duplican, es decir, $A_m' = 2A_m$ y $f_m' = 2f_m$

$\beta = 60$

Entonces

a) Potencia de transmisión NO cambia

b) Máxima desviación de frecuencia $A_m' f_\Delta = 120\times10^4$ Hz (Se duplica)

c) Ancho de banda $\mathrm{BW} = 2(\beta+1) f_m' = 244\times10^4$ Hz (Se duplica)

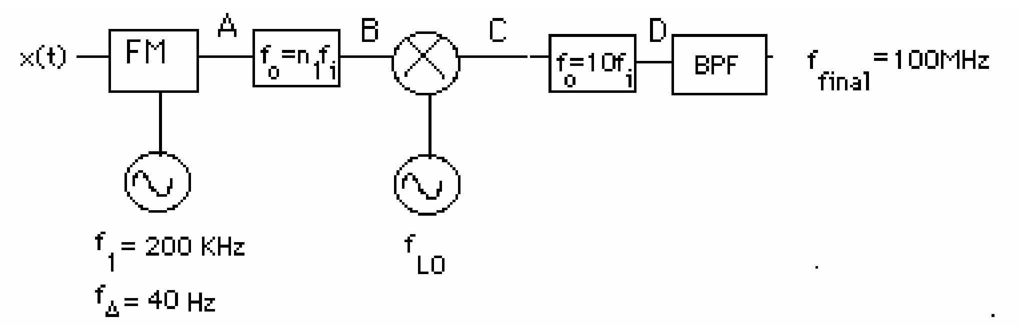
Problema 8

Si ud. tiene un modulador exponencial, como determinaría si es FM o PM variando únicamente la señal modulante?

SOLUCIÓN

Si se coloca una señal de pulsos o una señal cuadrada se puede ver rápidamente si es PM o FM.

Problema 9



En el modulador mostrado se sabe que el mensaje es un tono de 4KHz y amplitud unitaria. Si $\beta_C = 3$, determine los anchos de banda en los puntos A,B,C,D.

SOLUCIÓN

$$\beta_1 = \frac{A_{m_1} f_\Delta}{f_{m_1}} = \frac{40}{4000} = 0.01 \quad \Rightarrow \quad \text{NBFM}$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{BW}_A \cong 2W = 2 f_{m_1} = 8\ \mathrm{K}$$

Se sabe que $\left(n_1 200\text{K} \pm f_{LO}\right)10 = 100 \text{ MHz}$

Y que $10 \times n_1 \times f_{\Delta_1} = f_{\Delta_{\text{final}}}$

En el punto C $f_{\Delta_C} = n_1 \times f_{\Delta_1}$ y $\beta_C = \dfrac{A_m f_{\Delta_C}}{f_m} = \dfrac{n_1 f_{\Delta_1}}{4000} = 3$

$$\Rightarrow \qquad n_1 = \frac{12000}{40} = 300$$

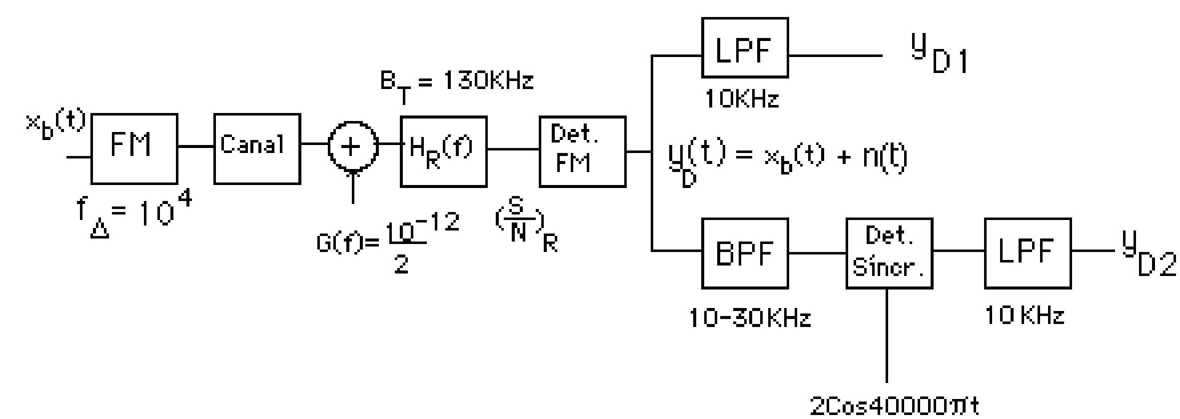
$$f_{\Delta_B} = 300 f_{\Delta_1} = 12000$$

$$\beta_B = \frac{12000}{4000} = 3 = \beta_C$$

$$\text{BW}_B = 2\left(\beta_B + 1\right) f_m = 2 \times 4 \times 4\text{K} = 32\text{K} = \text{BW}_C$$

En el punto D $\beta_D = 10\beta_C = 30$ $\text{BW}_D = 2(30+1) f_m = 2 \times 31 \times 4000 = 248\text{K}$

Problema 10



En el sistema mostrado $x_b(t)$ es el mensaje , el cual viene dado por $x_b(t) = x_1(t) + x_2(t)\text{Cos } 40000\pi t$, donde tanto $x_1(t)$ como $x_2(t)$ tienen potencia promedio unitaria y ancho de banda igual a 10KHz. Si la potencia S_R que le llega al detector FM es de 1 mw, calcule las relaciones señal a ruido $(S/N)_{D1}$ y $(S/N)_{D2}$

SOLUCIÓN

Las ganancias del sistema son tales que

$$y_D(t) = x_b(t) + n(t)$$

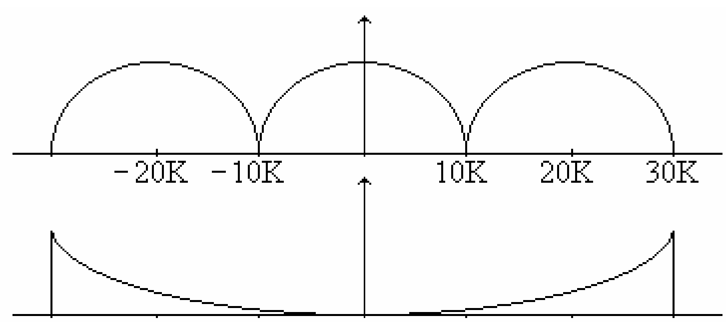
donde $x_b(t) = x_1(t) + x_2(t)\cos 2\pi 20000t$

$x_1 \quad \rightarrow \quad W_1 = 10\text{K} \quad \overline{x_1^2} = 1$

$x_2 \quad \rightarrow \quad W_2 = 10\text{K} \quad \overline{x_2^2} = 1$

Determine $\left(\frac{S}{N}\right)_{D_1}$ y $\left(\frac{S}{N}\right)_{D_2}$

La DEP de $x_b(t)$ y la DEP del ruido(a la salida del detector FM) son:



$$N_1 = 2\frac{\eta}{2S_R}\int_0^{10\text{K}} f^2 df = \frac{\eta}{3S_R}\left(10^4\right)^3 = \frac{10^{-12}10^{12}}{3\cdot 10^{-3}} = \frac{1000}{3}$$

Pero por las ganancias resulta que

$$y_D(t) = k\left[f_\Delta x_b(t) + n_{FM}(t)\right] = x_b(t) + k\cdot n_{FM}(t)$$

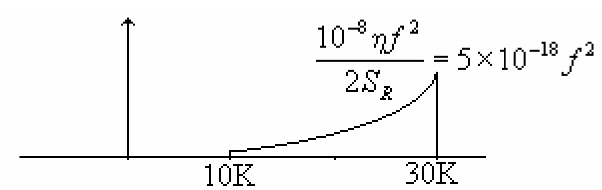
$$k \cdot f_{\Delta} = 1 \qquad k = \frac{1}{f_{\Delta}} = 10^{-4}$$

La potencia de ruido a la salida es la obtenida anteriormente multiplicada por k^2.

$$\Rightarrow \qquad N_1 = \frac{10^{-5}}{3}$$

$$S_1 = \overline{x_1^2} = 1 \qquad \Rightarrow \qquad \left(\frac{S}{N}\right)_1 = \frac{1}{\frac{10^{-5}}{3}} = 3 \times 10^5$$

Por la rama inferior, luego del BPF, la Densidad espectral de potencia del ruido es



$$N_R = 10 \times 10^{-18} \int_{10\mathrm{K}}^{30\mathrm{K}} f^2 df = \frac{10^{-17}}{3} f^3 \Big|_{10\mathrm{K}}^{30\mathrm{K}} = \frac{26}{3} \times 10^{-5}$$

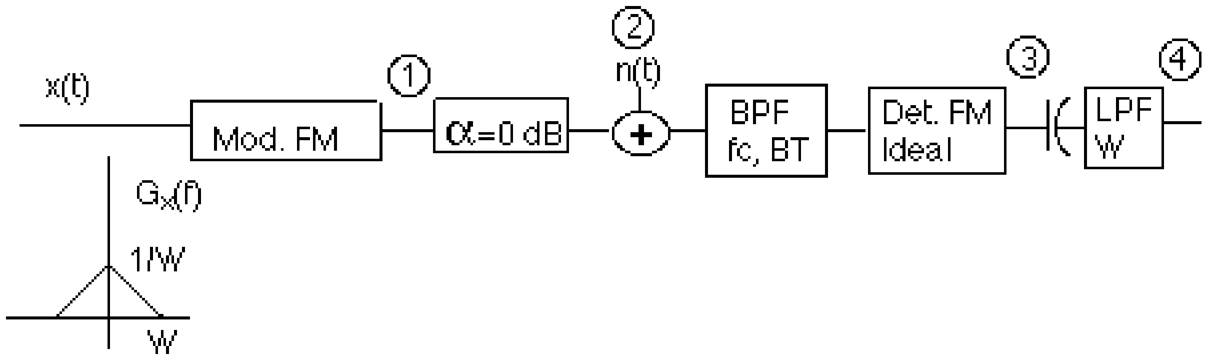
$S_{D_2} = \overline{x_2^2} = 1$ La potencia del ruido luego del detector síncrono es la misma que a la entrada: $\overline{n_2^2} = \overline{n^2}$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{D_2} = \frac{1}{\frac{26}{3} \times 10^{-5}} = \frac{3}{26} \times 10^5$$

Observe que esta SNR es peor que para y_{D1}. La zona más alta en frecuencia es peor! (Por la característica cuadrática del ruido).

Problema 11

Observe el siguiente sistema



En el sistema mostrado se cumple lo siguiente (Los subíndices se refieren a los puntos encerrados en círculo)

$$y_1(t) = \sqrt{8000}\,\mathrm{Cos}(2\pi f_c t + 2\pi \int_0^t x(\tau)d\tau)$$

$G_{n2}(f)=0.5\times10^{-10}$ w/Hz

$y_3(t)= f_\Delta\, x(t)$

$G_{n3}(f)=\eta f^2/S_R$ Para $-B_T < f < B_T$

$S_4/N_4 = 300$

Determine el ancho de banda del mensaje

Respuesta

De $y_1(t) \Rightarrow A_c = \sqrt{8000}$ y $f_\Delta=1$ $\left(x_{FM} = A_c \cos\left(2\pi f_c t + 2\pi f_\Delta \int_0^t x(\tau)d\tau\right)\right)$; ademas tenemos que:

$S_4/N_4 = 300$, con $S_4 = f_\Delta{}^2\, \overline{x^2}$ (De calcular la potencia en 3) y $N_4 = 2\int_0^w Gn_3 df$

$$\Rightarrow N_4 = \frac{2\eta}{S_R}\int_0^W f^2 df \Rightarrow N_4 = \frac{2\eta W^3}{3S_R}$$

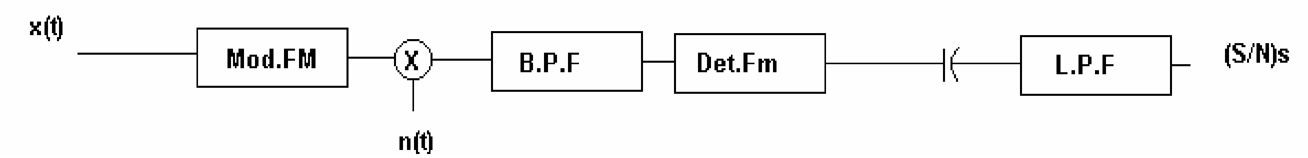
$\Rightarrow \overline{x^2} = Pot.Total = 2W\,\dfrac{1}{2W} = 1$ Area debajo de Gx(f)

$\Rightarrow \left(\dfrac{S}{N}\right)_4 = \dfrac{3S_R}{2\eta W^3} = 300 \rightarrow W = \sqrt[3]{\dfrac{3S_R}{2\eta.300}} = \sqrt[3]{\dfrac{12000}{2.10^{-10}.300}} = 5.85kHz$, (con $\eta=10^{-10}$ y $S_R = 8000/2 = 4000$)

Problema 12

Cuando un tono de de 10KHz y potencia unitaria es modulado en FM, se obtiene una potencia transmitida de 100w. Esta señal pasa por un canal ideal y a la entrada del receptor se le suma ruido blanco con densidad espectral igual a $0.5x10^{-10}$ w/Hz. El receptor, luego de filtrar apropiadamente, detecta con un detector ideal seguido de un bloqueador de DC y un filtro pasabajo ideal apropiado de tal forma que la relación señal a ruido final es de $5x10^{7}$. Determine el ancho de banda de la señal FM.

Respuesta:



$$x_{FM} = A_c \cos\left(2\pi f_c t + 2\pi f_\Delta \int_0^t x(\tau) d\tau\right) \text{ y } x(t) = A_m \cos\omega_m t \text{ , } BW = 2(A_m f_\Delta + 2 f_m)$$

$$\frac{A_c^{\ 2}}{2} = 100w \Rightarrow A_c = \sqrt{200}$$

Para FM(Quitando la DC) la potencia a la salida $Ss = f_\Delta^{\ 2}\overline{x^2}$ con $\overline{x^2} = 1$(Por enunciado).

$$\Rightarrow N_s = \frac{2\eta}{S_R}\int_0^W f^2 df \Rightarrow N_s = \frac{2\eta W^3}{3S_R}$$, con W=10 kHz y S_R=100

$$\Rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_s = \frac{3S_R f_\Delta^{\ 2}}{2\eta W^3} = 5x10^7 \rightarrow f_\Delta = \sqrt{\frac{(S/N)_S .W^3.2.\eta}{3.S_R}} = \sqrt{\frac{5x10^7.(10^4)^3.10^{-10}}{300}} = 4082{,}5 Hz/V$$

Por otro lado, tenemos: $P_m = \frac{A_m^{\ 2}}{2} = 1 \Rightarrow A_m = \sqrt{2}$

$$\Rightarrow BW = 2(A_m f_\Delta + 2 f_m) = 2\left(\sqrt{2}Vx4074{,}31Hz/V + 2x10^4 Hz\right) = 51{,}54kHz$$

Problema 13

En un sistema PM cuando el mensaje es un tono de amplitud unitaria, la relación señal a ruido justo antes del detector es de 20dB. Si la sensibilidad del modulador es igual a 2, determine la relación señal a ruido detectada.

SOLUCIÓN

$$\left(\frac{S}{N}\right)_R = \frac{S_R}{\eta B_T} = \gamma \frac{W}{B_T}$$

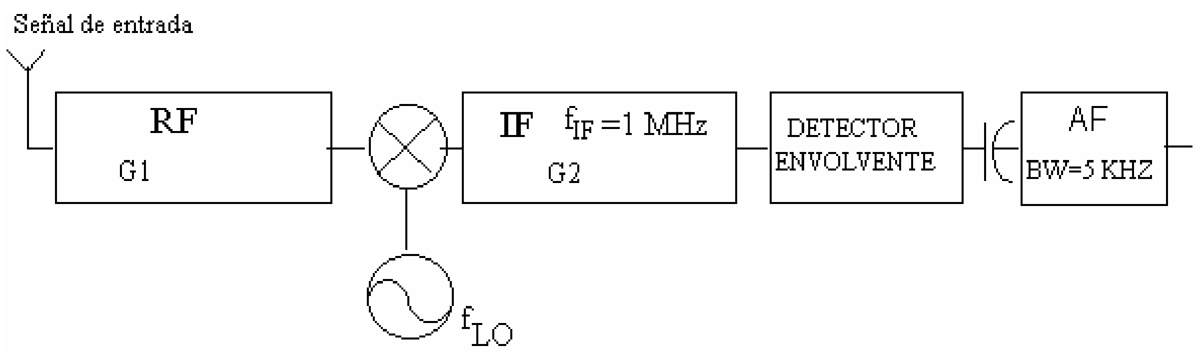
$$B_T = 2(\beta_p + 1)W \qquad \frac{B_T}{W} = 2(A_m \Phi_\Delta + 1) = 6$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_R = \frac{\gamma}{6} = 100 \qquad \Rightarrow \qquad \gamma = 600$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_D = \Phi_\Delta^2 \gamma \overline{x^2} = 4 \times 600 \times \frac{1}{2} = 1200$$

Problema 14

La figura ilustra un receptor superheterodino:



G1 y G2 son ganancias de voltaje

En el sistema mostrado la señal $s(t)$ que proviene de la antena es igual a

$$s(t) = \left[0.01(1 + 0.707x(t))\cos 2\pi 10^6 t + n(t)\right]$$

donde $x(t)$ es un mensaje con ancho de banda igual a 5KHz, media cero y potencia normalizada igual a 0.1w. Por otra parte, $n(t)$ es ruido blanco gausseano con media cero y densidad espectral constante igual a $2.5 \times 10^{-14}\,\text{w}/\text{Hz}$. Ademas, G1. G2=1000

a) Determine la mínima potencia que debe recibirse a la entrada del amplificador RF para que el detector funcione correctamente.

b) Determine la relación señal a ruido a la salida.

SOLUCIÓN

Para que el detector de envolvente funcione correctamente la relación señal a ruido en su entrada debe ser mayor o igual que 10, es decir, la relación señal a ruido a la salida del filtro IF debe ser $\left(\frac{S}{N}\right)_R \geq 10$

La señal que llega a la entrada del detector de envolvente es

$$G_1 G_2 0.01\left(1+0.707x(t)\right)\cos 2\pi f_{\mathrm{IF}}t$$

$$\Rightarrow 10\left(1+0.707x(t)\right)\cos 2\pi f_{\mathrm{IF}}t$$

$$\Rightarrow \text{Potencia} = S_R = \frac{10^2}{2}\left(1+0.707^2\,\overline{x^2}\right) = 52.5\text{w}$$

El ruido que sale del filtro IF es

$$\Rightarrow \text{Potencia Ruido} = N_R = 2.5\times 10^{-14}\times 10^2\times 100^2\times 2\times 10\times 10^3 = 5\times 10^{-4}\,\text{w}$$

$$\frac{S_R}{N_R} \geq 10 \Rightarrow S_R \geq 10N_R = 5\times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow S_R = S_T\cdot G_1^2\cdot G_2^2 \geq 5\times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow S_T \geq \frac{5\times 10^{-3}}{10^6} = 5\times 10^{-9}\,\text{w} = 5nw$$

$$\Rightarrow S_{T\ \text{MINIMO}} = 5nw$$

Estamos muy por encima del umbral

b) A la salida del sistema, quitando la DC

0.01G1G2x0.707x(t)=7.07x(t)

$$\Rightarrow S_D = (7.07)^2 \langle x^2 \rangle = 4.998$$

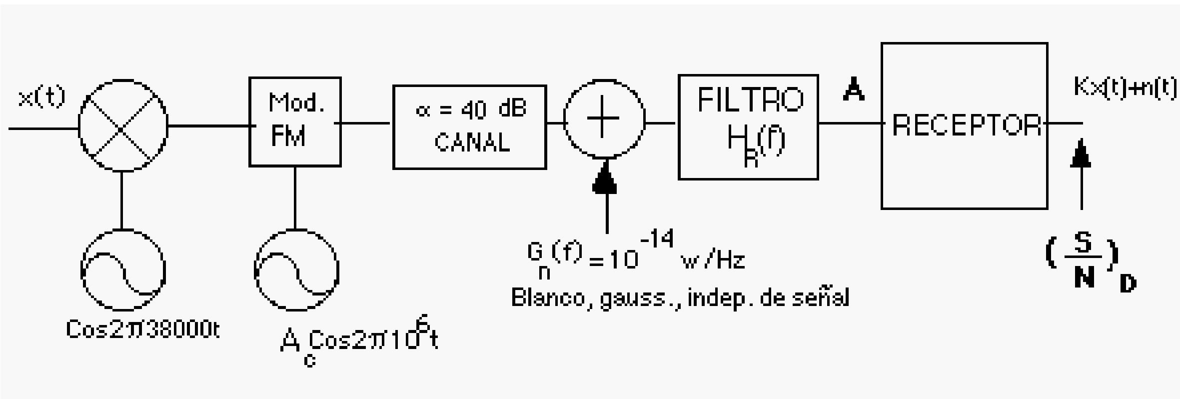
El ruido que se tiene a la salida produce

$$\Rightarrow \text{Potencia Ruido} = N_D = 2(2.5\times10^{-14})\times10^2\times100^2\times10\times10^3 = 5\times10^{-4}\,\text{w}$$

$$\frac{S_D}{N_D} \approx 10^4$$

Problema 15

Observe el siguiente sistema:



Sea un mensaje x(t) aleatorio, con ancho de banda W=1.5KHz, potencia igual a 0.5 w y $|x(t)|_{máx}=1$. Conociendo que $f_\Delta=39500$ Hz/v

a) Determine A_C mínimo para tener señal inteligible a la salida.

b) Diseñe <u>en detalle</u> el filtro $H_R(f)$.

c) Diseñe el RECEPTOR <u>en detalle</u>.

d) Determine **$(S/N)_D$** .(Use el valor de A_C obtenido en a))

Solución:

a)

Para que la señal sea inteligible la relación señal a ruido antes del detector debe cumplir que $\frac{S_R}{\eta . B_T} \geq 10$

Sabemos también que $B_T = 2(\Delta+2)W'$ y que $\Delta = \frac{f_\Delta}{W'}|X_{max}| = 1$

Los parámetros X_{max} *y* W' son de la señal DSB
Por lo que

$$S_R \geq 10\eta B_T = 10\times2\times10^{-14}\times2\left(\frac{39500}{39500}+1\right)39500 = 4\times10^{-13}\times2\times39500$$

$$S_R \geq 3.16\times10^{-8}$$

También sabemos que el canal atenúa en 40 dB a la señal lo que linealmente es 10^4

La potencia de la señal antes del detector será

$$
\begin{aligned}
S_R &= \frac{Ac^2}{2.10^4} \\
Ac^2 &= 3.16\times10^{-8}\times2\times10^4 \\
Ac^2 &= 0.000632 \\
Ac_{min} &= 0.02513
\end{aligned}
$$

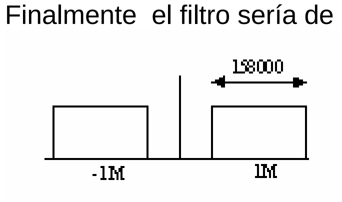
b) $H_R(f)$ debe ser un BPF centrado en 1MHz y de ancho de banda igual a B_T

El ancho de banda del filtro viene dado por $B_T = 2(\Delta+2)W'$ y por $\Delta = \frac{f_\Delta}{W'}\left|X_{max}\right| = 1$

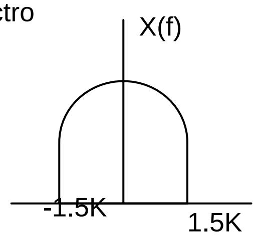
Por lo que $B_{H_R} = 2\left(\frac{39500}{39500}.1+1\right)39500 = 158000$

En cuanto a lo fase debe ser de 0º o en su defecto lineal para no alterar la señal que entrará al detector

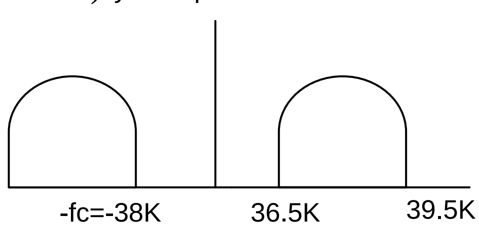
Por último debe estar centrado en 10^6 por la frecuencia de la portadora en el modulador. Finalmente el filtro sería de la siguiente forma:



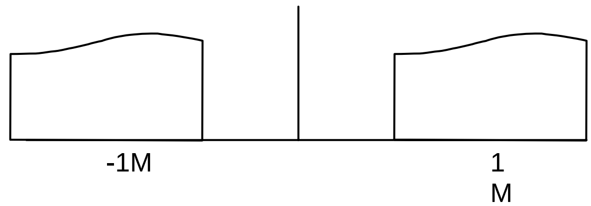
c)Tenga la señal el siguiente espectro



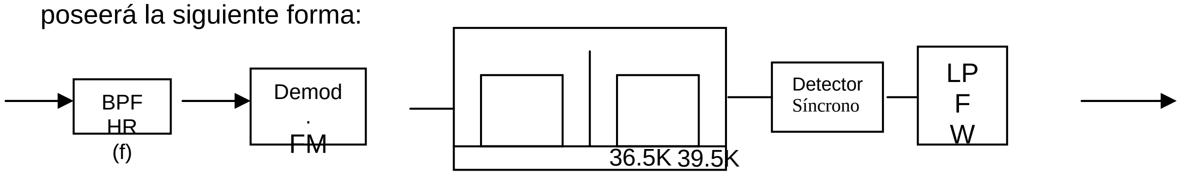
Al multiplicar por $Cos(2\pi.38000t)$ y nos queda en la entrada del modulador



Después del modulador



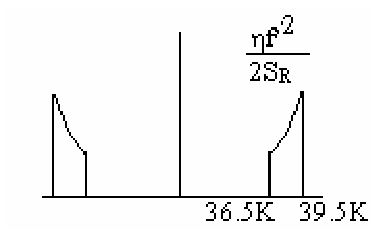
El canal atenúa en 10^4 luego es sumado ruido blanco gausseano y llegamos al receptor el cual poseerá la siguiente forma:



d)A la salida del demodulador FM vamos a tener

$$f_\Delta x_{DSB}(t) \Rightarrow Potencia = f_\Delta^{\ 2} \left\langle x_{DSB}^{\ 2} \right\rangle = (39500)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 390 \times 10^6$$

El ruido en FM tiene una dependencia parabólica por lo que en nuestro sistema en el punto A a la entrada del receptor la DEP va a tener la siguiente dependencia $\dfrac{\eta f^2}{2S_R}$



Donde S_R es la potencia de la señal FM atenuada y es igual a $\dfrac{Ac^2}{2\alpha} = 3.16 \times 10^{-8}$

La potencia de Ruido en el punto A en la entrada del receptor

$$N_A = 2\int_{36.5K}^{39.5K} \frac{\eta f^2}{2S_R} df = \frac{2\times 10^{-14}}{3.16 \times 10^{-8}} \frac{1}{3}\left[(39.5K)^3 - (36.5K)^3\right] = 2.743 \times 10^6$$

El ruido detectado $\langle N_D \rangle$ es la componente en fase de N_A la cual tienen la misma potencia por lo que $\langle N_D \rangle = 2.743 \text{ X } 10^6$

La relación señal a ruido queda $\left(\dfrac{S}{N}\right)_D = \dfrac{390 \times 10^6}{2.743 \times 10^6} = 142.18$